

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 4 分,本题共 20 分)

- 等边三角形在仿射变换下变成_____.
- 射影对应把矩形对角线变成_____.
- _____对对应点唯一确定两个点列间射影对应.
- _____对不共心的射影对应的线束,对应直线的交点全体构成一条二次曲线.
- 几何公理体系的三个基本问题包括_____.

得 分	评卷人

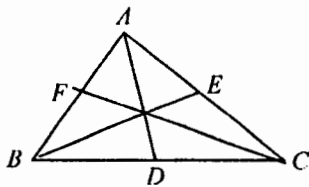
三、计算题(每小题 10 分,共 30 分)

- 求过两直线 $x+2y+1=0$ 与 $x+y=0$ 的交点和点 $(1,2,1)$ 的直线方程.
- 已知 $A(1,2,3), B(5,-1,2), C(11,0,7), D(6,1,5)$, 验证它们共线, 并求 (AB, CD) 的值.
- 求二阶曲线 $x^2+2xy+2y^2+4x+2y+1=0$ 的中心.

得 分	评卷人

四、证明题(每小题 10 分,共 30 分)

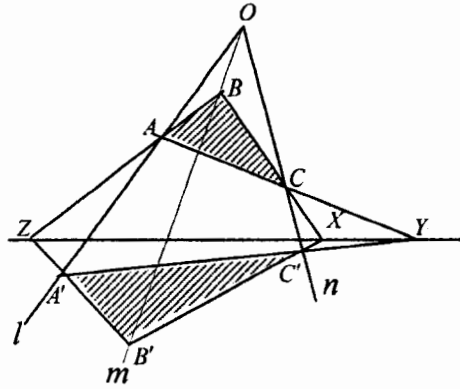
- 证明:以任意三角形的三条中线为边可做一个三角形.



第 14 题图

- 证明:相交于影消线上的二直线,象为二平行线.

16. 证明：在两个三角形中，三组对应边的交点共线，则三组对应顶点连线共点。



第 16 题图

试卷代号:0868

国家开放大学(中央广播电视大学)2018年春季学期“开放本科”期末考试

几何基础 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2018年7月

一、选择题(每小题4分,本题共20分)

1. A 2. B 3. D 4. B 5. A

二、填空题(每小题4分,本题共20分)

6. 任意三角形
7. 任意四边形的对角线
8. 三
9. 两
10. 相容性(即无矛盾性);独立性(即最少个数问题);完备性

三、计算题(每小题10分,共30分)

11. 解 两直线 $x+2y+1=0$ 与 $x+y=0$ 的齐次坐标形式分别为 $x_1+2x_2+x_3=0, x_1+x_2=0, \dots\dots\dots$ 3分

交点为

$$\begin{vmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (1, 1, -1) \dots\dots\dots 6分$$

于是,过点(1,1,-1)与点(1,2,1)的直线方程为

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 3x_1 - 2x_2 + 1x_3 = 0 \dots\dots\dots 9分$$

即 $3x_1 - 2x_2 + x_3 = 0 \dots\dots\dots 10分$

12. 解 因为

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & -1 & 2 \\ 11 & 0 & 7 \end{vmatrix} = 0 \text{ 且 } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & -1 & 2 \\ 6 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

所以 A, B, C, D 四点共线. 5 分

设 $C = A + \lambda_1 B, D = A + \lambda_2 B$

由 $C = A + 2B, D = A + B$

得 $\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1$

所以 $(AB, CD) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 2$ 10 分

13. 解 因为 $A = (a_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 5 分

于是 $A_{31} = -3, A_{32} = 1, A_{33} = 1$

因此, 中心坐标为 $(-3, 1, 1)$, 或写成非齐次坐标 $(-3, 1)$ 10 分

四、证明题(每小题 10 分, 共 30 分)

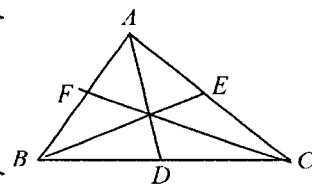
14. 证明 如图,

设 $\overrightarrow{AB} = \vec{c}, \overrightarrow{BC} = \vec{a}, \overrightarrow{CA} = \vec{b}$, 则 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$ 2 分

设 $\overrightarrow{AD} = \vec{m}, \overrightarrow{BE} = \vec{n}, \overrightarrow{CF} = \vec{l}$,

则以 $\vec{m}, \vec{n}, \vec{l}$ 为边可作成三角形

当且仅当 $\vec{m} + \vec{n} + \vec{l} = 0$ 5 分



第 14 题图

在 $\triangle ABD$ 中

$$\vec{m} = \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{a}$$

在 $\triangle BCE$ 中

$$\vec{n} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$$

在 $\triangle CAF$ 中

$$\vec{l} = \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} \text{ 8 分}$$

以上三式相加得

$$\vec{m} + \vec{n} + \vec{l}$$

$$= \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = 0$$

于是三条中线构成三角形. 10分

15. 证明 因为中心投影把 π 上的影消线 l 投影到 π' 上的无穷远直线 l'_∞ , 3分

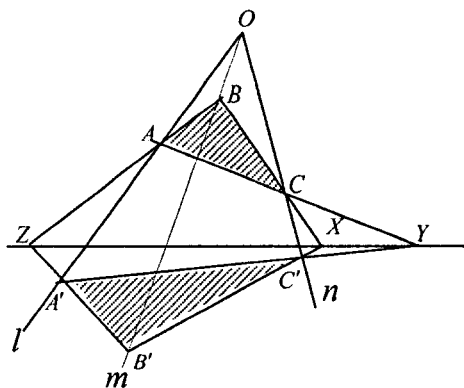
所以, 二直线的交点的象为 π' 上无穷远点, 6分

两直线的象交于无穷远点, 因此, 两直线的象在 π' 上平行. 10分

16. 证明 若三点形 ABC 与 $A'B'C'$ 的对应边 BC 与 $B'C'$ 的交点 X , AC 与 $A'C'$ 的交点 Y , AB 与 $A'B'$ 的交点 Z 共线, 3分

考虑三点形 XBB' , YAA' , 由于 XY 与 $AB, A'B'$ 交于 Z , 6分

由笛沙格定理知, 三组对应边的交点 C, C', O 共线, 于是 AA', BB', CC' 共点. ... 10分



第 16 题图