

试卷代号:1009

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题(半开卷)

2018年1月

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, A 到 B 的关系 $R = \{\langle x, y \rangle \mid x \in A, y \in B, \text{且 } x + y = 5\}$, 则 $R = (\quad)$.
- A. $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$ B. $\{\langle 1, 4 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$
C. $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$ D. $\{\langle 3, 2 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}$
2. 若集合 $A = \{a, b, c, d\}$, 则下列表述正确的是().
- A. $\emptyset \in A$ B. $\{a\} \in A$
C. $\{a, b, c, d\} \in A$ D. $\{a, b\} \subseteq A$
3. 设个体域为整数集, 则公式 $(\forall x)(\exists y)(x - y = 2)$ 的解释可为().
- A. 存在一整数 x 有整数 y 满足 $x - y = 2$
B. 存在一整数 x 对任意整数 y 满足 $x - y = 2$
C. 对任一整数 x 存在整数 y 满足 $x - y = 2$
D. 任一整数 x 对任意整数 y 满足 $x - y = 2$
4. n 阶无向完全图 K_n 的边数及每个结点的度数分别是().
- A. $n(n-1)$ 与 n B. $n(n-1)$ 与 $n-1$
C. $n-1$ 与 n D. $n(n-1)/2$ 与 $n-1$
5. 设 G 为连通无向图, 则()时, G 中存在欧拉回路.
- A. G 不存在奇数度数的结点 B. G 存在一个奇数度数的结点
C. G 存在两个奇数度数的结点 D. G 存在偶数度数的结点

得 分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设集合 $A = \{x | x \text{ 是小于 4 的正整数}\}$, 用集合的列举法 $A =$ _____ .
7. 设 $A = \{1, 2\}, B = \{a, b\}, C = \{1, 2\}$, 从 A 到 B 的函数 $f = \{\langle 1, a \rangle, \langle 2, b \rangle\}$, 从 B 到 C 的函数 $g = \{\langle a, 2 \rangle, \langle b, 1 \rangle\}$, 则复合函数 $g \circ f =$ _____ .
8. 设 $G = \langle V, E \rangle$ 是一个图, 结点度数之和为 30, 则 G 的边数为 _____ .
9. 设 G 是具有 n 个结点 m 条边 k 个面的连通平面图, 则 $n + k - 2 =$ _____ .
10. 设个体域 $D = \{2, 3, 4\}$, $A(x)$ 为“ x 小于 3”, 则谓词公式 $(\forall x)A(x)$ 的真值为 _____ .

得 分	评卷人

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“如果今天下雨,那么明天的比赛就要延期.”翻译成命题公式.
12. 将语句“地球是圆的,太阳也是圆的.”翻译成命题公式.

得 分	评卷人

四、判断说明题(判断各题正误,并说明理由. 每小题 7 分,本题共 14 分)

13. 设 $A = \{a, b, c, d\}, R = \{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle\}$, 则 R 是等价关系.
14. $(\forall x)(P(x) \wedge Q(y)) \rightarrow R(x)$ 中量词 \forall 的辖域为 $(P(x) \wedge Q(y))$.

得 分	评卷人

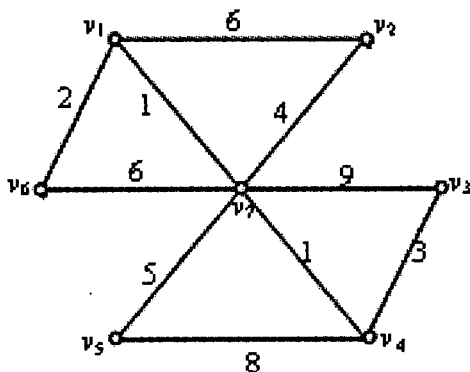
五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设集合 $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}$, 试计算
- (1) $A \cup B$; (2) $A - B$; (3) $A \times B$.

16. 设 $G = \langle V, E \rangle$, $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$, $E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_2, v_3), (v_3, v_4)\}$, 试

- (1) 给出 G 的图形表示; (2) 写出其邻接矩阵;
 (3) 求出每个结点的度数; (4) 画出其补图的图形.

17. 试利用 Kruskal 算法求出如下所示赋权图中的最小生成树(要求写出求解步骤), 并求此最小生成树的权.



得 分	评卷人

六、证明题(本题共 8 分)

18. 试证明: $P \rightarrow Q \Rightarrow P \rightarrow \neg(P \rightarrow \neg Q)$.

试卷代号:1009

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年秋季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2018年1月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. B 2. D 3. C 4. D 5. A

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6. $\{1,2,3\}$
7. $\{\langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle\}$
8. 15
9. m
10. 假(或 F, 或 0)

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设 P :今天下雨, Q :明天的比赛就要延期. (2分)
则命题公式为: $P \rightarrow Q$. (6分)
12. 设 P :地球是圆的, Q :太阳是圆的. (2分)
则命题公式为: $P \wedge Q$. (6分)

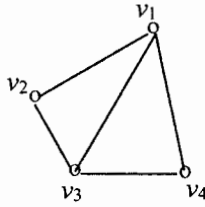
四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

13. 错误. (3分)
 R 不是等价关系,因 R 中不含 $\langle d,d \rangle$,故不满足自反性. (7分)
14. 正确. (3分)
辖域为紧接量词 \forall 之后的最小子公式 $(P(x) \wedge Q(y))$. (7分)

五、计算题(每小题12分,本题共36分)

15. (1) $A \cup B = \{a, b, c, d\}$; (4分)
(2) $A - B = \{a\}$; (8分)
(3) $A \times B = \{\langle a, b \rangle, \langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, b \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle, \langle c, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle c, d \rangle\}$ (12分)

16. (1) G 的图形表示如图一所示:



图一

(3 分)

(2) 邻接矩阵:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(6 分)

(3) $\deg(v_1) = 3,$

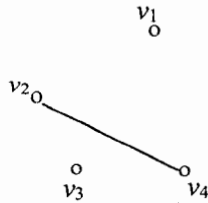
$\deg(v_2) = 2,$

$\deg(v_3) = 3,$

$\deg(v_4) = 2$

(9 分)

(4) 补图如图二所示:



图二

(12 分)

17. 用 Kruskal 算法求产生的最小生成树. 步骤为:

$w(v_1, v_7) = 1$ 选 $e_1 = v_1 v_7$

$w(v_7, v_4) = 1$ 选 $e_2 = v_7 v_4$

$w(v_1, v_6) = 2$ 选 $e_3 = v_1 v_6$

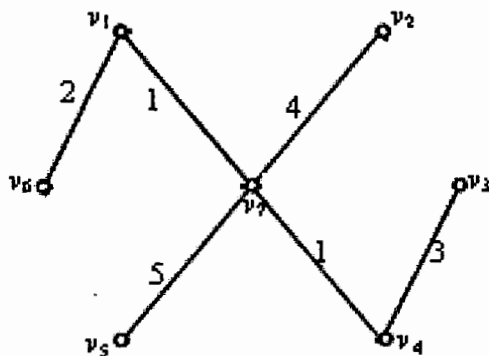
$w(v_3, v_4) = 3$ 选 $e_4 = v_3 v_4$

$w(v_2, v_7) = 4$ 选 $e_5 = v_2 v_7$

$w(v_5, v_7) = 5$ 选 $e_6 = v_5 v_7$

(6分)

最小生成树如图三所示：



图三

(9分)

最小生成树的权 $W(T) = 1 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 16$.

(12分)

说明：用其他方法，结果正确参照给分。

六、证明题(本题共 8 分)

18. 证明：

- | | | |
|--|----------|------|
| (1) $P \rightarrow Q$ | P | (1分) |
| (2) P | P(附加前提) | (2分) |
| (3) Q | T(1)(2)I | (4分) |
| (4) $P \wedge Q$ | T(2)(3)I | (5分) |
| (5) $\neg(\neg P \vee \neg Q)$ | T(4)E | (6分) |
| (6) $\neg(P \rightarrow \neg Q)$ | T(5)E | (7分) |
| (7) $P \rightarrow \neg(P \rightarrow \neg Q)$ | CP 规则 | (8分) |

说明：因证明过程中，公式引用的次序可以不同，一般引用前提正确得 1 分，利用两个公式得出有效结论得 1 或 2 分，最后得出结论得 2 或 1 分。

另，可以用真值表验证。