

试卷代号:1009

座位号

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年春季学期“开放本科”期末考试

### 离散数学(本) 试题(半开卷)

2017年6月

| 题号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 六 | 总分 |
|----|---|---|---|---|---|---|----|
| 分数 |   |   |   |   |   |   |    |

| 得分 | 评卷人 |
|----|-----|
|    |     |

#### 一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. 设  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{2, 4, 6\}$ ,  $A$  到  $B$  的关系  $R = \{\langle x, y \rangle \mid x - y = 1\}$ , 则  $R = ( \quad )$ .  
A.  $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle\}$       B.  $\{\langle 1, 2 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 5, 6 \rangle\}$   
C.  $\{\langle 1, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 3, 6 \rangle\}$       D.  $\{\langle 3, 2 \rangle, \langle 5, 4 \rangle, \langle 7, 6 \rangle\}$
2. 若集合  $A = \{a, b, c\}$ , 则下列表述正确的是( ).  
A.  $\{a, b\} \subseteq A$       B.  $\{a\} \in A$   
C.  $\{a, b\} \in A$       D.  $\emptyset \in A$
3. 设个体域为集合  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 则公式  $(\forall x)(\exists y)(x + y = 5)$  的解释可为( ).  
A. 存在一整数  $x$  有整数  $y$  满足  $x + y = 5$   
B. 对任一整数  $x$  存在整数  $y$  满足  $x + y = 5$   
C. 存在一整数  $x$  对任意整数  $y$  满足  $x + y = 5$   
D. 任一整数  $x$  对任意整数  $y$  满足  $x + y = 5$
4. 设  $G$  为连通无向图, 则( )时,  $G$  中存在欧拉回路.  
A.  $G$  存在两个奇数度数的结点      B.  $G$  存在一个奇数度数的结点  
C.  $G$  不存在奇数度数的结点      D.  $G$  存在偶数度数的结点
5.  $n$  阶无向完全图  $K_n$  的边数及每个结点的度数分别是( ).  
A.  $n(n-1)$  与  $n$       B.  $n(n-1)/2$  与  $n-1$   
C.  $n-1$  与  $n$       D.  $n(n-1)$  与  $n-1$

|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

二、填空题(每小题 3 分,本题共 15 分)

6. 设集合  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3\}, C = \{3, 4\}$ , 则  $A \cup (B - C) =$  \_\_\_\_\_.
7. 设  $A = \{a, b\}, B = \{1, 2\}, C = \{a, b\}$ , 从  $A$  到  $B$  的函数  $f = \{\langle a, 1 \rangle, \langle b, 2 \rangle\}$ , 从  $B$  到  $C$  的函数  $g = \{\langle 1, b \rangle, \langle 2, a \rangle\}$ , 则  $g \circ f$  等于 \_\_\_\_\_.
8. 设  $G = \langle V, E \rangle$  是一个图,  $|E| = 10$ . 则  $G$  的结点度数之和为 \_\_\_\_\_.
9. 设  $G$  是具有  $n$  个结点  $m$  条边  $k$  个面的连通平面图, 则  $n + k - 2 =$  \_\_\_\_\_.
10. 设个体域  $D = \{1, 2, 3\}$ ,  $A(x)$  为“ $x$  的 2 倍大于 2”. 则谓词公式  $(\forall x)A(x)$  的真值为 \_\_\_\_\_.

|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

三、逻辑公式翻译(每小题 6 分,本题共 12 分)

11. 将语句“如果他掌握了计算机的用法,那么他就能完成这项工作.”翻译成命题公式.
12. 将语句“前天下雨,昨天还是下雨.”翻译成命题公式.

|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

四、判断说明题(判断各题正误,并说明理由. 每小题 7 分,本题共 14 分)

13. 设  $A = \{a, b, c\}, R = \{\langle a, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, c \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, c \rangle, \langle c, b \rangle\}$ , 则  $R$  是等价关系.
14.  $(\forall x)(P(x) \wedge Q(y) \rightarrow R(x))$  中量词  $\forall$  的辖域为  $(P(x) \wedge Q(y))$ .

|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

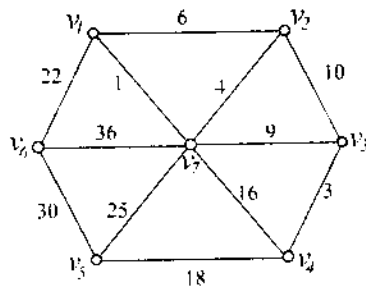
五、计算题(每小题 12 分,本题共 36 分)

15. 设集合  $A = \{a, b, c, d\}, B = \{a, b\}$ , 试计算  
 (1)  $A \cup B$ ;    (2)  $A - B$ ;    (3)  $A \times B$ .

16. 设  $G = \langle V, E \rangle$ ,  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ ,  $E = \{(v_1, v_2), (v_1, v_3), (v_1, v_4), (v_2, v_3), (v_3, v_4)\}$ , 试

- (1) 给出  $G$  的图形表示;      (2) 写出其邻接矩阵;  
 (3) 求出每个结点的度数;      (4) 画出其补图的图形.

17. 试利用 Kruskal 算法求出如下所示赋权图中的最小生成树(要求写出求解步骤), 并求此最小生成树的权.



|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

六、证明题(本题共 8 分)

18. 试证明:  $\neg P \vee Q \Rightarrow P \rightarrow \neg(P \rightarrow \neg Q)$ .

试卷代号:1009

国家开放大学(中央广播电视大学)2017年春季学期“开放本科”期末考试

离散数学(本) 试题答案及评分标准(半开卷)

(供参考)

2017年6月

一、单项选择题(每小题3分,本题共15分)

1. D            2. A            3. B            4. C            5. B

二、填空题(每小题3分,本题共15分)

6.  $\{1, 2, 3\}$   
7.  $\{\langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle\}$   
8. 20(或: $2|E|$ )  
9.  $m$   
10. 假(或  $F$ , 或 0)

三、逻辑公式翻译(每小题6分,本题共12分)

11. 设  $P$ : 他掌握了计算机的用法,  $Q$ : 他能完成这项工作. (2分)  
则命题公式为:  $P \rightarrow Q$ . (6分)  
12. 设  $P$ : 前天下雨,  $Q$ : 昨天还是下雨. (2分)  
则命题公式为:  $P \wedge Q$ . (6分)

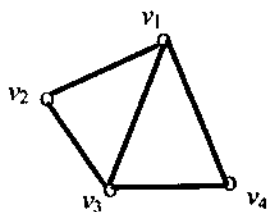
四、判断说明题(每小题7分,本题共14分)

13. 错误. (3分)  
 $R$  不是等价关系, 因  $R$  中包含  $\langle a, b \rangle$  与  $\langle b, c \rangle$ , 但不包含  $\langle a, c \rangle$ , 故不满足传递性. (7分)  
14. 错误. (3分)  
辖域为紧接量词  $\forall$  之后的最小子公式  $(P(x) \wedge Q(y) \rightarrow R(x))$ . (7分)

五、计算题(每小题12分,本题共36分)

15. (1)  $A \cup B = \{a, b, c, d\}$ ; (4分)  
(2)  $A - B = \{c, d\}$ ; (8分)  
(3)  $A \times B = \{\langle a, a \rangle, \langle a, b \rangle, \langle b, a \rangle, \langle b, b \rangle, \langle c, a \rangle, \langle c, b \rangle, \langle d, a \rangle, \langle d, b \rangle\}$  (12分)

16. (1)  $G$  的图形表示如图一所示:



图一

(3 分)

(2) 邻接矩阵:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(6 分)

(3)  $\deg(v_1) = 3$ ,

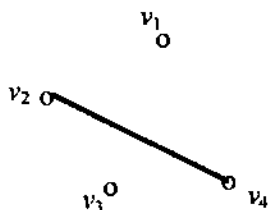
$\deg(v_2) = 2$ ,

$\deg(v_3) = 3$ ,

$\deg(v_4) = 2$

(9 分)

(4) 补图如图二所示:



图二

(12 分)

17. 用 Kruskal 算法求产生的最小生成树. 步骤为:

$w(v_1, v_7) = 1$ , 选  $e_1 = v_1 v_7$

$w(v_3, v_4) = 3$ , 选  $e_2 = v_3 v_4$

$w(v_2, v_7) = 4$ , 选  $e_3 = v_2 v_7$

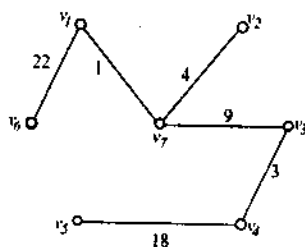
$w(v_3, v_7) = 9$ , 选  $e_4 = v_3 v_7$

$w(v_4, v_5) = 18$ , 选  $e_5 = v_4 v_5$

$w(v_1, v_6) = 22$ , 选  $e_6 = v_1 v_6$

(6 分)

最小生成树如图三所示：



图三

(9分)

最小生成树的权  $C(T) = 1 + 3 + 4 + 9 + 18 + 22 = 57$ .

(12分)

六、证明题(本题共8分)

18. 证明：

- |  |            |      |
|--|------------|------|
| (1) $\neg P \vee Q$                            | $P$        | (1分) |
| (2) $P$  | $P$ (附加前提) | (2分) |
| (3) $Q$  | $T(1)(2)I$ | (4分) |
| (4) $P \wedge Q$                               | $T(2)(3)I$ | (5分) |
| (5) $\neg(\neg P \vee \neg Q)$                 | $T(4)E$    | (6分) |
| (6) $\neg(P \rightarrow \neg Q)$               | $T(5)E$    | (7分) |
| (7) $P \rightarrow \neg(P \rightarrow \neg Q)$ | $CP$ 规则    | (8分) |

说明：因证明过程中，公式引用的次序可以不同，一般引用前提正确得1分，利用两个公式得出有效结论得1或2分，最后得出结论得2或1分。

另，可以用真值表验证。